

MAT 133 — CÁLCULO II

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

PROF. PAOLO PICCIONE

Exercício 1. *Determine se os conjuntos dados $S \subset \mathbb{R}^n$ ($n = 2$ ou $n = 3$) são abertos, fechados, limitados, ou compactos.*

- (1) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$
- (2) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\}$
- (3) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 2, |y| \leq 1, x^2 + y^2 < 6\}$
- (4) $S = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$
- (5) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}$
- (6) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \neq 0\}$
- (7) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq xy \leq 1\}$
- (8) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$
- (9) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\}$
- (10) $S = \mathbb{R}^3 \setminus \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}$.

Exercício 2. *Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?*

- (1) *A união de dois subconjuntos abertos de \mathbb{R}^n é aberta.*
- (2) *A união de dois subconjuntos fechados de \mathbb{R}^n é fechada.*
- (3) *A interseção de dois subconjuntos abertos de \mathbb{R}^n é aberta.*
- (4) *A interseção de dois subconjuntos fechados de \mathbb{R}^n é fechada.*
- (5) *O conjunto vazio é fechado.*
- (6) *A interseção de um aberto e um compacto é limitada.*
- (7) *A interseção de um fechado e um compacto é compacta.*
- (8) *A interseção de um aberto e um fechado é aberta.*
- (9) *Se $S \subset \mathbb{R}^2$ é aberto, então o conjunto*

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \notin S\}$$

é fechado.

- (10) *A união de um conjunto limitado e um compacto é limitada.*